

ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΕΣ ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ
ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ ΚΑΙ ΕΣΠΕΡΙΝΩΝ ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΩΝ ΛΥΚΕΙΩΝ
ΤΕΤΑΡΤΗ 24 ΣΕΠΤΕΜΒΡΙΟΥ 2025

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ:
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ (ΑΛΓΕΒΡΑ)

ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙΔΩΝ: ΤΕΣΣΕΡΙΣ (4)

ΘΕΜΑ Α

A1. Να αποδείξετε ότι η παράγωγος της ταυτοτικής συνάρτησης $f(x) = x$ είναι $f'(x) = 1$, για κάθε x στο σύνολο $\mathbb{R}$ των πραγματικών αριθμών.

Μονάδες 7

A2. Πότε μία συνάρτηση f με πεδίο ορισμού το A παρουσιάζει τοπικό ελάχιστο στο $x_0 \in A$;

Μονάδες 4

A3. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή τη λέξη **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

- α.** Ο λόγος της μέσης τιμής προς την τυπική απόκλιση καλείται συντελεστής μεταβολής.
- β.** Οι ποιοτικές μεταβλητές διακρίνονται σε διακριτές και συνεχείς.
- γ.** Η γραφική παράσταση μίας συνεχούς συνάρτησης σε ένα κλειστό διάστημα είναι μία συνεχής καμπύλη.
- δ.** Αν η συνάρτηση της ταχύτητας v ενός κινητού είναι παραγωγίσιμη, τότε η επιτάχυνση του κινητού τη χρονική στιγμή t είναι η παράγωγος της ταχύτητας, δηλαδή ισχύει $a(t) = v'(t)$.
- ε.** Τα χαρακτηριστικά ως προς τα οποία εξετάζουμε έναν πληθυσμό λέγονται μεταβλητές και τις συμβολίζουμε συνήθως με κεφαλαία γράμματα.

Μονάδες 10

A4. Να μεταφέρετε στο τετράδιό σας τις παρακάτω ελλειπείς ισότητες και να τις συμπληρώσετε σωστά:

α. $(\eta\mu x)' = \dots$

β. $(\sqrt{x})' = \dots$, με $x > 0$

Μονάδες 4

ΘΕΜΑ Β

Δίνονται οι συναρτήσεις $f(x) = x^2 + kx - 6$, $x \in \mathbb{R}$, k πραγματικός αριθμός και $g(x) = 3x - 6$, $x \in \mathbb{R}$.

B1. Αν $f'(3) = 7$, να υπολογίσετε τον πραγματικό αριθμό k .

Μονάδες 4

Για $k = 1$:

B2. Να υπολογίσετε το $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{g(x)}{f(x)}$.

Μονάδες 6

B3. Να βρείτε τα διαστήματα στα οποία η γραφική παράσταση της συνάρτησης f βρίσκεται πάνω από τη γραφική παράσταση της συνάρτησης g .

Μονάδες 7

B4. Να βρείτε την εξίσωση της εφαπτομένης της γραφικής παράστασης της f στο σημείο $A(1, f(1))$ (μον. 6) και στη συνέχεια να αιτιολογήσετε γιατί η παραπάνω εφαπτομένη είναι παράλληλη στη γραφική παράσταση της συνάρτησης g (μον. 2).

Μονάδες 8

ΘΕΜΑ Γ

Δίνεται ο παρακάτω πίνακας κατανομής συχνοτήτων και σχετικών συχνοτήτων που αφορά τις τιμές ενός δείγματος μεγέθους n

Τιμές x_i	Συχνότητα n_i	Σχετική συχνότητα f_i	α_i
0		0,10	36°
1	6	0,30	
2		0,25	
3		0,20	
4		0,15	54°
ΣΥΝΟΛΟ		1	360°

όπου α_i το τόξο του κυκλικού τμήματος στο κυκλικό διάγραμμα συχνοτήτων που αντιστοιχεί στην τιμή x_i όπου $i = 1,2,3,4,5$.

Γ1. Να αποδείξετε ότι το μέγεθος του δείγματος είναι $n = 20$.

Μονάδες 4

Γ2. Να μεταφέρετε στο τετράδιό σας τον παραπάνω πίνακα και να συμπληρώσετε τα κενά.

Μονάδες 8

Γ3. Να υπολογίσετε τη μέση τιμή $\bar{x}$ του δείγματος.

Μονάδες 4

Γ4. Να υπολογίσετε τη διακύμανση s^2 του δείγματος.

Μονάδες 5

Γ5. Να υπολογίσετε τον συντελεστή μεταβολής CV του δείγματος και να εξετάσετε αν το δείγμα είναι ομοιογενές.
Δίνεται $\sqrt{1,5} \approx 1,22$

Μονάδες 4

ΘΕΜΑ Δ

Έστω f παραγωγίσιμη συνάρτηση για την οποία ισχύει:

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h)-f(x)}{h} + x^2 - x = 3x^2 + 3(1 - 2x), x \in \mathbb{R}$$

και $f(1) = 1$.

Δ1. Να αποδείξετε ότι $f'(x) = 2x^2 - 5x + 3, x \in \mathbb{R}$.

Μονάδες 4

Δ2. Να μελετηθεί η f ως προς τη μονοτονία.

Μονάδες 7

Δ3. Να αιτιολογήσετε ότι $f'(197) < f'(314)$.

Μονάδες 7

Δ4. Να υπολογιστεί το $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+h)-f(1)}{\sqrt{1+h}-1}$.

Μονάδες 7

ΟΔΗΓΙΕΣ ΓΙΑ ΤΟΥΣ ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟΥΣ

1. Στο τετράδιό σας να γράψετε μόνο τα προκαταρκτικά (ημερομηνία, εξεταζόμενο μάθημα). Να μην αντιγράψετε τα θέματα στο τετράδιο.
2. Να γράψετε το ονοματεπώνυμό σας στο πάνω μέρος των φωτοαντιγράφων, αμέσως μόλις σας παραδοθούν. Δεν επιτρέπεται να γράψετε καμιά άλλη σημείωση. Κατά την αποχώρησή σας να παραδώσετε μαζί με το τετράδιο και τα φωτοαντίγραφα.
3. Να απαντήσετε στο τετράδιό σας σε όλα τα θέματα, **μόνο με μπλε ή μόνο με μαύρο στυλό ανεξίτηλης μελάνης**.
4. Κάθε επιστημονικά τεκμηριωμένη απάντηση είναι αποδεκτή.
5. Διάρκεια εξέτασης: τρεις (3) ώρες μετά τη διανομή των φωτοαντιγράφων.
6. Ώρα δυνατής αποχώρησης: **17:00**

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ

ΤΕΛΟΣ ΜΗΝΥΜΑΤΟΣ